

# Small Slope Approximation and Two Scale Model in Bistatic configuration: Application to the sea surface

Ahmad AWADA, Ali KHENCHAF, Arnaud COATANHAY and Mohamed AYARI

Laboratoire E3I2-EA 3876 (Extraction et Exploitation de l'Information en Environnements Incertains)  
Ecole Nationale Supérieure d'Ingénieurs des Etudes et Techniques d'Armement (ENSIETA)  
2 rue François Verny 29806 Brest Cedex 9, France

[{awadaah, ali.khenchaf, arnaud.coatanhay, yassinmo}@ensieta.fr](mailto:{awadaah, ali.khenchaf, arnaud.coatanhay, yassinmo}@ensieta.fr)

**Keywords:** Sea spectrum, correlation function, Bistatic scattering, Radar cross section

## SHORT ABSTRACT

Remote sensing applications require developing accurate models to predict radar bistatic scattering from rough surfaces. In this context, the objective of this paper is to examine the bistatic scattering of electromagnetic waves from a wind-driven ocean surface using the Small Slope Approximation (SSA) and the Two Scale Model (TSM) for numerical computations.

After a brief geometrical description of the sea surface roughness, we will focus on numerical comparison between the scattering coefficients of the two models in a monostatic configuration, using as parameters the wind speed and wind direction. Then, these two models are evaluated in different bistatic configurations.

## 1 INTRODUCTION

Depuis quelques années, les radars bistatiques et multistatiques opérationnels à partir de plateformes spatiales ou aéroportés soulèvent un intérêt grandissant. Ses avantages dans les applications de télédétection des surfaces terrestres et océaniques justifient cette importance. Néanmoins la diffusion bistatique des ondes électromagnétiques par une surface rugueuse modélisant un milieu naturel représente un phénomène complexe. En effet la nature géométrique et physique des diffuseurs, ainsi que leur répartition sur la surface, entraînent des interactions difficiles à quantifier. Les modèles électromagnétiques du phénomène de diffusion seront ainsi sensibles à la description géométrique de l'état de la surface considérée.

En ce qui concerne la surface de la mer, plusieurs modèles mathématiques statistiques ont été développés. Les plus courants sont basés soit sur la représentation spectrale soit sur la distribution des pentes. Le cas du spectre gaussien constitue l'approche la plus simple pour décrire les caractéristiques géométriques de cette surface. Ce modèle nécessite uniquement la connaissance de deux paramètres, la variance et la longueur de corrélation de la surface. Ce modèle a été abandonné par la suite car il ne tient pas compte des paramètres du phénomène réel (vitesse et direction du vent). Récemment Elfouhaily [7] a développé un spectre s'appuyant sur des essais expérimentaux, ce qui lui confère un niveau de crédibilité élevé. Son expression analytique est formulée comme étant la somme de deux régimes spectraux (basse et haute fréquence). Dans notre étude ce spectre sera adopté et introduit dans le calcul du champ diffusé.

La solution analytique exacte au problème de diffusion par une surface rugueuse n'existe pas [4]. Comme les techniques numériques nécessitent des temps de calcul

prohibitifs, des modèles approximatifs plus simples à mettre en œuvre sont alors introduits. L'approximation de Kirchhoff (Kirchhoff Approximation : KA) et le modèle des petites perturbations (Small Perturbation Method : SPM) représentant les méthodes les plus classiques du problème de diffusion par des surfaces rugueuses. Toutefois ces méthodes exigent des hypothèses restrictives (géométrie, rugosité). En particulier ces méthodes sont applicables pour des surfaces n'admettant qu'une seule échelle de rugosité, or la surface de la mer possède au moins deux échelles de rugosité.

Pour lever cette contrainte, le modèle composite à deux échelles (Two Scale Model : TSM) a été proposé. Ce dernier combine KA et SPM tout en introduisant un paramètre de division de rugosité entre les structures grande échelle et petite échelle. Le choix de ce paramètre n'est pas aisé et représente une difficulté en particulier dans le cadre du problème inverse de la diffusion, c'est-à-dire quand on cherche à estimer les caractéristiques physiques et géométriques de la surface océanique. Récemment Voronovich [1] a développé l'approche SSA qui unifie KA et SPM sans l'implantation de ce paramètre, ce qui élimine l'inconvénient persistant dans le cas de TSM.

La première partie de cet article sera une introduction à la modélisation de la surface de mer par sa représentation spectrale et une justification de l'utilisation du spectre d'Elfouhaily. S'en suivra une brève présentation théorique des deux modèles SSA et TSM. La dernière partie est consacrée à des comparaisons numériques entre les deux modèles, dans les deux cas monostatique et bistatique en fonction des paramètres géométriques.

## 2 MODELISATION DE LA SURFACE DE LA MER

Les ondes en chaque point de la surface résultent d'une sommation d'ondes générées localement par le vent, et d'ondes provenant d'autres régions dans des directions différentes. Ces interactions rendent le phénomène très difficile à quantifier. De plus le mouvement de la surface de la mer est gouverné dans le cas général par un système d'équations non linéaires découlant des lois de l'hydrodynamique. La résolution de ce système est très complexe et nécessite des approximations. L'océan présente en effet un état chaotique, ceci explique pourquoi une approche probabiliste est généralement utilisée. Les élévations de la mer sont décrites par un processus aléatoire tridimensionnel  $z(\vec{r}, t)$ . Le vecteur  $z(\vec{r}, t)$  identifie le positionnement spatial d'un point représenté par ses coordonnées cartésiennes  $(x, y, z)$  pour un temps  $t$  donné. Dans notre étude, la surface est considérée comme stationnaire et ergodique. Le facteur du temps est donc omis. Dans ce cas le comportement de la surface peut être déterminé complètement par la connaissance de sa représentation spectrale.

### 2.1 Représentation spectrale

Le calcul du coefficient de diffusion exige la connaissance du spectre de mer ou de la fonction d'autocorrélation des élévations de la surface de mer. L'expression analytique du spectre est défini comme étant la transformée de Fourier de la fonction d'autocorrélation multiplié par la variance des hauteurs :

$$S(k_x, k_y) = \frac{\sigma^2}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \rho(\vec{R}) e^{j\vec{k}\cdot\vec{R}} d\vec{R} \quad (1)$$

Avec  $\rho(\vec{R})$  et  $\sigma$  étant respectivement la fonction d'autocorrélation et la variance des hauteurs, et  $k_x, k_y$ , les composantes du vecteur d'onde respectivement dans la direction des x et y.

## 2.2 Fonction d'autocorrélation de la mer

La comparaison spectrale directe entre les deux spectres gaussien et d'Elfouhaily ne révèle pas clairement la déficience du premier. Afin de comparer le comportement de ces deux spectres, on a simulé leur fonction de corrélation.

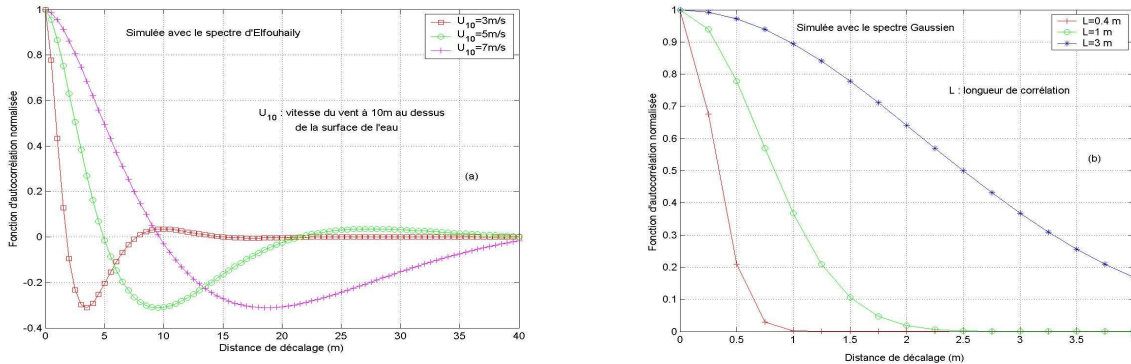


Fig.1. fonction de corrélation simulée avec le spectre d'Elfouhaily (a) et Gaussien (b)

La Fig.1(a) montre que la fonction d'autocorrélation correspondant au spectre d'Elfouhaily est un processus modérément à bande étroite et qui correspond au phénomène réel contrairement au spectre gaussien présenté sur la Fig.1(b) [6]. Le spectre d'Elfouhaily sera donc utilisé par la suite dans nos simulations lors de l'évaluation des coefficients de diffusion.

## 3 MODELE DE DIFFUSION

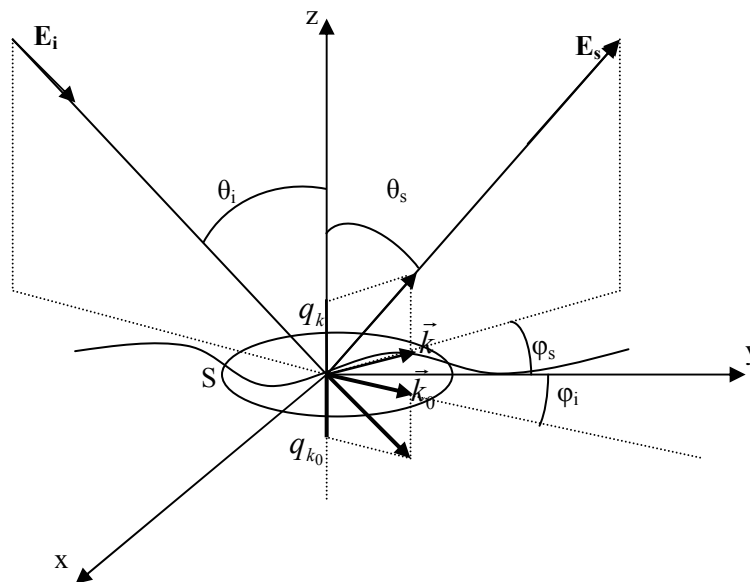


Fig.2. Configuration géométrique du problème de diffusion

La Fig.2 présente la géométrie bistatique du problème de diffusion par la surface de mer. La configuration la plus courante dans les applications radar est monostatique, cela signifie que le récepteur et l'émetteur se trouvent au même endroit. Dans notre étude la configuration est supposée bistatique. C'est-à-dire que l'emplacement du récepteur est différent de celui de l'émetteur.

### 3.1 Modèle SSA

Le modèle SSA appartient à la classe des théories unifiant le phénomène de diffusion en un seul processus de traitement, tout en reproduisant les résultats des deux modèles KA et SPM dans des limites appropriées. Sa formulation commence à partir du calcul de l'amplitude de diffusion, cela le rend similaire à l'intégrale de l'approximation de Kirchhoff avec une correction multiplicative inconnue sur la fonction à intégrer. Cela garantit les propriétés géométriques que l'amplitude de diffusion doit satisfaire a priori. Au cours de sa construction, SSA respecte les propriétés de décalage qui suivent les translations horizontales ou bien verticales de la surface, aussi bien la notion de réciprocité. La correction inconnue sur un plan de référence est cherchée avec un développement fonctionnel de Taylor en fonction de la rugosité. Ceci est accompli, en exigeant la cohérence avec SPM à tous les ordres dans la limite de petite rugosité, et à la fois en proposant un choix intuitif de jauge pour enlever certains éléments arbitraires lors de l'identification des coefficients. Contrairement aux autres modèles, SSA est applicable indépendamment de la longueur d'onde émise. Son domaine de validité implique que l'écart type des pentes soit inférieure aux pentes des faisceaux incident et diffusé.

En développant SSA au premier ordre, l'expression analytique normalisée des coefficients de diffusion en bistatique s'écrit sous la forme suivante [3] :

$$\sigma_{\alpha\alpha_0}(\vec{k}, \vec{k}_0, \mathbf{r}) = \frac{1}{\pi} \left| \frac{2q_k q_0}{q_k + q_0} B_{\alpha\alpha_0}(\vec{k}, \vec{k}_0) \right|^2 \exp[-(q_k + q_0)^2 W(0)] \times \int \left\{ \exp[(q_k + q_0)^2 W(\vec{r})] - 1 \right\} \exp[-i(\vec{k} - \vec{k}_0)\vec{r}] d\vec{r} \quad (2)$$

Avec  $\vec{k}_0, q_0$  sont respectivement les projections horizontale et verticale du vecteur d'onde de l'onde émise, et  $\vec{k}, q$  sont les composantes appropriées de l'onde diffusée.

Les fonctions  $B_{\alpha\alpha_0}(\vec{k}, \vec{k}_0)$  sans dimension et non singulières, dépendant de la polarisation, sont données dans l'article de Voronovich [3]. Dans le cas où l'ensemble statistique des élévations de la surface est considéré comme un espace homogène Gaussien,  $W(\vec{r})$  coïncide avec la fonction de corrélation des élévations.

Pour de grandes valeurs du paramètre de Rayleigh  $(q_k + q_0)^2 W(0)$ , seules les petites valeurs de  $\vec{r}$  contribuent à l'intégrale dans (2). La taille de la surface, contribuant d'une manière significative à l'intégrale dans (2), augmente pour des angles d'incidence /observation élevés. Elle se réduit d'une façon inversement proportionnelle à la fréquence d'émission. La dimension de la surface diffusante intervenant dans le calcul, caractérise une séparation maximale entre deux points sur la surface telles que leur contribution de diffusion est encore corrélée.

### 3.2 Modèle composite à deux échelles.

L'idée principale de ce modèle est d'unifier les deux modèles classiques KA et PP en profitant des avantages de chacun.

Dans le cadre du modèle des petites perturbations les coefficients de diffusion sont évalués à l'aide de l'équation suivante :

$$\sigma_{pq}^s = 8|k^2 \cos \theta \cos \theta_s \alpha_{pq}|^2 S(k_x + k \sin \theta, k_y) \quad (3)$$

où  $S$  est le spectre de la surface, et  $\alpha_{pq}$  [2] est donné en fonction de la polarisation à l'émission et à la réception.

Le modèle à deux échelles exige la division du spectre de la surface en deux parties :  $S_g$  qui représente la structure grande échelle (vagues de gravité), et  $S_c$  celui de la petite structure (vagues de capillarité).

$$S(K, \varphi) = \begin{cases} S_g(K, \varphi) & \text{si } K < k_d \\ 0 & \text{sinon} \end{cases} \quad (4)$$

$$S(K, \varphi) = \begin{cases} S_c(K, \varphi) & \text{si } K > k_d \\ 0 & \text{sinon} \end{cases} \quad (5)$$

Où  $k_d$  est le paramètre de séparation entre les deux structures. Le choix de ce paramètre reste dans une certaine mesure arbitraire ce qui représente l'inconvénient principal de cette méthode. Généralement il est estimé au tiers de la valeur du nombre d'onde de l'émission. Dans le domaine des vagues de gravité, l'onde électromagnétique diffusée est estimée à l'aide du modèle de Kirchhoff. Dans le domaine des vagues de capillarité les coefficients sont évalués en utilisant le modèle adapté des petites perturbations. L'idée est de se placer dans la référence locale d'onde incidente liée aux vagues de gravité et ensuite d'appliquer le modèle classique des petites perturbations. Le résultat est alors adapté à la surface réelle par un processus de changement de coordonnées. Il est alors possible de calculer la moyenne des  $\sigma_{pq}$ , donné par (3), sur la distribution des pentes de la structure grande échelle (vagues de gravité).

La matrice de diffusion  $[S]$ , qui lie le champ diffusé au champ incident, est donnée par [4], [2]

$$[S] = \begin{bmatrix} v'_s \cdot v_s & h'_s \cdot v_s \\ v'_s \cdot h_s & h'_s \cdot h_s \end{bmatrix} \begin{bmatrix} S_{v'_s \cdot v'} & S_{v'_s \cdot h'} \\ S_{h'_s \cdot v'} & S_{h'_s \cdot h'} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v' \cdot v & v' \cdot h \\ h' \cdot v & h' \cdot h \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sigma_{vv}^s & \sigma_{vh}^s \\ \sigma_{hv}^s & \sigma_{hh}^s \end{bmatrix} \quad (6)$$

où

$$\begin{aligned} \sigma_{pq}^s = & \left\langle (p \cdot v'_s)^2 (q \cdot v')^2 \sigma_{v'_s v'} + (p \cdot v'_s)^2 (q \cdot h')^2 \sigma_{v'_s h'} + (p \cdot h'_s)^2 (q \cdot v')^2 \sigma_{h'_s v'} \right. \\ & + (p \cdot h'_s)^2 (q \cdot h')^2 \sigma_{h'_s h'} + (p \cdot h'_s)^2 (q \cdot v')(q \cdot h') \sigma_{h'_s h'_s v'}^1 \\ & + (p \cdot v'_s)(p \cdot h'_s)(q \cdot h')^2 \sigma_{h'_s h'_s v'_s v'}^1 + (p \cdot v'_s)(p \cdot h'_s)(q \cdot h')(q \cdot v') \sigma_{h'_s v'_s v'_s h'}^1 \\ & \left. + (p \cdot v'_s)(p \cdot h'_s)(q \cdot v')^2 \sigma_{h'_s v'_s v'_s v'}^1 + (p \cdot h'_s)^2 (q \cdot v')(q \cdot h') \sigma_{v'_s v'_s v'_s h'}^1 \right\rangle \end{aligned} \quad (7)$$

$$\sigma_{pp'q'q'}^1 = 16|k^2 \cos \theta' \cos \theta'_s|^2 \text{Re}(\alpha_{pq} \alpha_{p'q'}^*) S(k_x + k \sin \theta, k_y) \quad (8)$$

et  $\sigma_{pq}$  est donné par l'équation (3).

$\theta'$  est l'angle local d'incidence,  $\theta'_s$  est l'angle local de diffusion.

Le modèle à deux échelles possède par construction un domaine d'application plus large que celui de KA et celui de SPM. Il couvre les petites et les grandes vagues.

## 4 RESULTATS NUMERIQUES

Avant de présenter les simulations dans le cas bistatique, une comparaison est faite dans le cas monostatique, là où les deux méthodes sont validées par comparaison avec des valeurs expérimentales publiées dans la littérature [3] [5]. Le cas de la rétrodiffusion se déduit de la configuration bistatique en choisissant un angle d'incidence identique à l'angle d'observation ( $\theta = \theta_s$ ) et une différence d'azimut entre l'incident et l'observation de  $\pi$ , ( $\varphi_s = \varphi_i + \pi$ ).

### 4.1 Cas monostatique

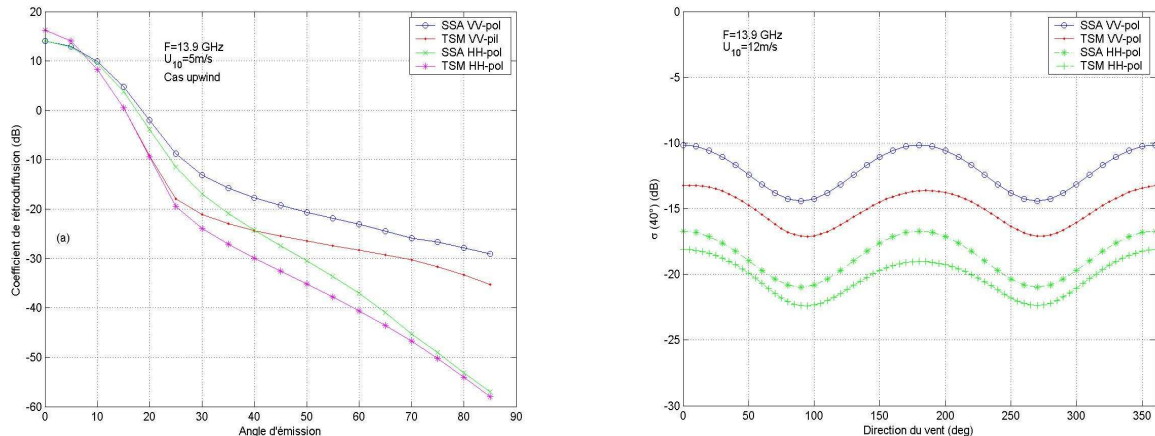


Fig.3. Comparaison entre SSA et TSM en rétrodiffusion (a) en fonction de l'angle d'incidence (b) en fonction de la direction du vent

La Fig.3(a) illustre une comparaison en configuration monostatique des coefficients de diffusion en polarisation VV et HH en utilisant les modèles SSA et TSM en fonction de l'angle d'incidence. La Fig.3(b) présente, quant à elle, la variation du coefficient de diffusion en polarisation VV et HH en fonction de la direction du vent en utilisant les deux modèles. Le minimum d'énergie se trouve dans la direction travers au vent (crosswind), tandis que le maximum est dans la direction du vent (upwind). Pour la polarisation horizontale la différence est faible, tandis que pour la polarisation verticale l'écart est plus significatif.

Il est important de noter que le spectre d'Elfouhaily ne distingue pas les valeurs dans les cas upwind (observation dans le même sens du vent) et downwind (observation dans le sens contraire du vent) tandis que les essais expérimentaux montrent l'existence d'une certaine différence dans les deux zones.

### 4.2 Propagation avant

Si la configuration bistatique revient à placer le récepteur à un endroit différent que celui de l'émetteur, la propagation avant représente un cas particulier, où l'émetteur et le récepteur sont dans le même plan avec  $\theta = \theta_s$  et  $\varphi_s = \varphi_i$ .

La Fig.4 montre une comparaison entre SSA et TSM dans le cas de la propagation avant pour une fréquence d'incidence égal à 13.9 GHz, pour une vitesse de vent égale à 10m/s, dans le cas upwind, et un angle d'incidence égale à 50°.

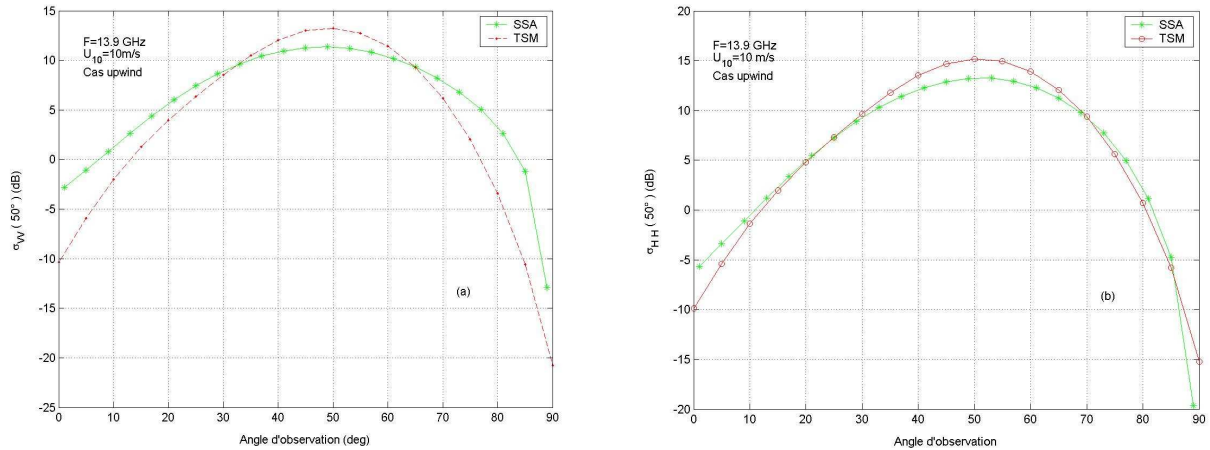


Fig.4. Comparaison entre SSA et TSM dans le cas de propagation avant.

Une bonne concordance est observée entre les résultats obtenus avec les deux modèles pour la polarisation horizontale. Tandis que pour la polarisation verticale le rapprochement est moins bon en particulier au niveau des angles rasants.

### 4.3 Bistatique générale

La Fig.5 illustre la comparaison entre les coefficients de diffusion obtenus en utilisant les deux modèles SSA et TSM en fonction de la direction du vent pour deux vitesses du vent 5 et 15m/s.

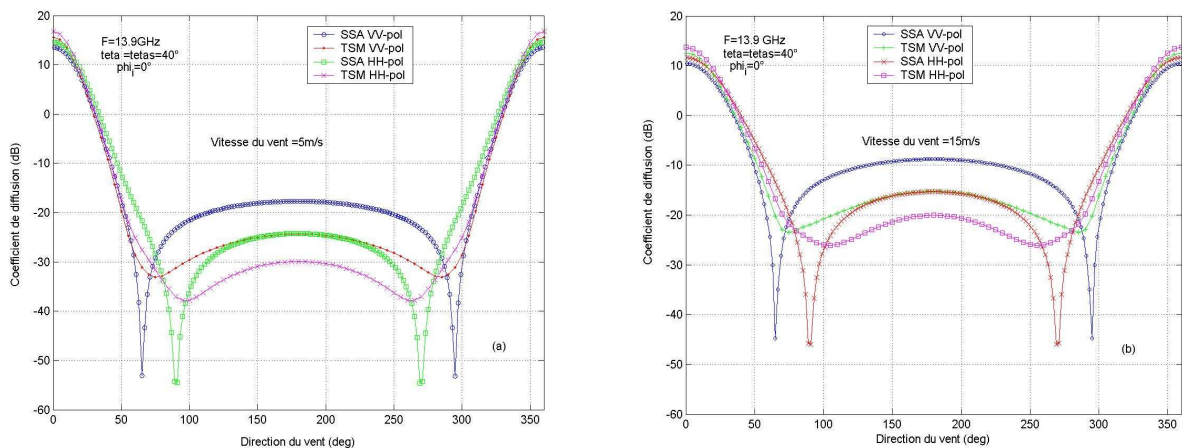


Fig.5. Comparaison en fonction de la direction du vent pour deux vitesses du vent (a) 5m/s et (b) 15m/s.

Les résultats obtenus et présentés sur la Fig.5 montrent un bon rapprochement dans tous les plans d'observation sauf dans la zone de crosswind. Une analyse théorique plus profonde et des vérifications expérimentales permettraient de valider les deux modèles dans cette zone.

L'analyse des deux courbes de la Fig.6 montre que la puissance du champ diffusé augmente avec la vitesse du vent, en particulier dans la zone des angles rasants. D'ailleurs, ces deux graphiques montrent une bonne cohérence entre les résultats obtenus en utilisant les deux modèles.

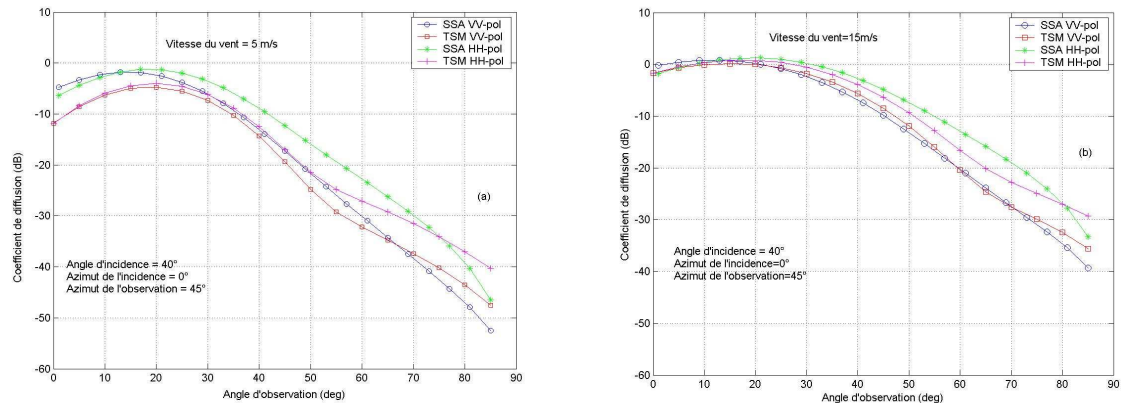


Fig.6. Comparaison entre SSA et TSM dans une configuration bistatique générale, (a) 5m/s et (b) 15m/s.

Ce résultat laisse à penser que les deux méthodes sont adaptées aux configurations bistatiques, mis à part peut être dans la zone de crosswind.

## 5 CONCLUSION

Dans ce papier, nous avons cherché à comparer les deux modèles de diffusion SSA et TSM. En particulier, des simulations numériques dans le cas monostatique ont été présentées en fonction des conditions de mer (vitesse et direction du vent). Aussi des résultats sont présentés dans des configurations bistatiques qui sont généralement peu étudiées dans la littérature. D'un point de vue général, nous avons constaté une bonne concordance entre les deux modèles SSA et TSM dans le cas monostatique aussi bien dans le cas bistatique. Dans la zone de crosswind l'écart entre résultats obtenus avec les deux modèles reste à étudier.

Dans nos prochains travaux nous approfondirons l'analyse de ces deux approches, principalement dans le cas bistatique en calculant en particulier les termes croisés pour le modèle SSA.

### Référence

- [1] Voronovich A.G., Small Slope Approximation for electromagnetic wave scattering at a rough interface of two dielectric half-space, *Waves in Random Media*, Vol.4, 1994.
- [2] Khenchaf.A, Airiau O, Bistatic Radar moving returns from sea surface, *IEICE Trans.Electron.*, Vol E83, NO.12, 2000.
- [3] Voronovich A G, Zavarotony V.U, Theoretical model for scattering of radar signals in Ku- and C-bands from a rough sea surface with breaking waves, *Waves in Random Media* Vol. 11, 247-269, 2001
- [4] Khenchaf.A, Bistatic scattering and depolarization randomly rough surfaces : application to the natural rough surfaces in X-band, *Waves in Random Media*, 11, 2001
- [5] Fung A. K., Lee K. K., A Semi-Empirical Sea-spectrum model for scattering coefficient estimation , *IEEE Journal of Oceanic engineering*, Vol. OE-7, No. 4, Octobre 1982.
- [6] Apel J. R., An improved model of the ocean surface wave vector spectrum and its effects on radar backscatter, *Journal of Geophysical Research*, Vol. 99, No. C8, 1994.
- [7] Elfouhaily T., Charpon B., Katsaros K., A unified directional spectrum for long and short wind-driven waves, *Journal Geo. Res.*, C7 Vol.102, 781-796, 1997.
- [8] Cox C.S, and Munk, W.H., Statics of the sea surface derived from sun glitter, *J. Mar. RES.*, 13, 198-227, 1954.
- [9] Johnson J.T, Shin R.T, Kong J.A, Tsang L, A numerical study of the composite surface model for ocean backscattering, *IEEE Transactions GRS*, Vol. 36, 72-83, 1998